

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/277177120>

# Multidimensional gas distribution networks

Article · January 2008

CITATIONS

0

READS

81

1 author:



Dejan Brkić

VŠB-Technical University of Ostrava

147 PUBLICATIONS 1,015 CITATIONS

SEE PROFILE

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



[JMSE] (SCIE Indexed, IF 1.732)—Invite to Publish in Special Issue "Safe, Secure and Sustainable Oil and Gas Drilling, Exploitation and Pipeline Transport Offshore" [View project](#)



Flow friction calculation - Colebrook equation [View project](#)

## VIŠEDIMENZIONALNE GASNE DISTRIBUTIVNE MREŽE MULTIDIMENSIONAL GAS DISTRIBUTION NETWORKS

mr Dejan Brkić, dipl. inž.

stipendista Ministarstva nauke, Beograd

e-mail: [dejanrgf@tesla.rcub.bg.ac.yu](mailto:dejanrgf@tesla.rcub.bg.ac.yu)



### REZIME

Za proračun padova pritiska i protoka u cevima po Hardy Kros metodu, da bi celokupna mreža bila u ravnoteži, primenjuju se sledeći principi: ukupna količina gasa koja ulazi u mesto gde se spajaju cevi jednaka je količini gasa koji izlazi, i algebarska suma padova pritiska u zatvorenoj konturi koju grade cevi mora biti jednaka nuli. Hardy Kros metod služi samo za proračun mreža čije cevi grade zatvorene prstenove. Prvi korak u rešavanju problema je pravljenje mape mreže na kojoj su prikazane cevi sa spojevima (čvorovima), i prikazanim izvorima napajanja. Zbog praktičnosti, svakom prstenu (petlji) i svakoj cevi treba dodeliti identifikacioni broj. Treba uočiti da cevi na spoljnoj ivici mreže pripadaju samo jednoj petlji i one koje su u unutrašnjosti mreže su zajedničke za dve petlje. Posebni slučajevi se mogu javiti kada se dve cevi ukrštaju i kada nisu međusobno spojene, što uzrokuje one postanu zajedničke za tri ili više petlji. Distribuciona mreža tada postaje pre "trodimenzionalna" nego dvodimenzionalna.

**Ključne reči:** Hardy-Kros metod, Višedimenzionalne mreže, Popravke, Gas

### ABSTRACT

The following principles apply to Hardy-Cross method for calculating network pressure drops and flow rates: total gas flow arriving at a junction equals total leaving it, and algebraic sum of pressure drops along any closed path must be zero, for the network to be in balance. Hardy Cross method is used only in the gas distribution networks with loops. The first step in solving a problem is to make a network map showing main sizes and lengths, connections between mains (junctions, nodes), and sources of supply. For convenience in locating mains, assign each loop and each main a code number. Note that mains on the network periphery are common to one loop and those in the network interior are common to two loops. Special cases may occur in which two mains cross each other but are not connected, resulting in certain mains being common to three or more loops. The distribution network then becomes "three dimensional" rather than two dimensional.

**Key words:** Hardy-Cross Method, Multidimensional Networks, Correction, Gas

### 1. UVOD

Ukoliko se pri koncipiranju gasne distributivne mreže sa prstenovima predvidi ukrštanje bar dve cevi bez spajanja u najmanje jednoj ili više zatvorenih kontura mreže (prstenova) takva mreža postaje više-dimenzionalna. Konturu predstavlja skup cevi kojima se iz polazne može vratiti u tu istu tačku (za proračun uobičajeno najkraći put), dok se pod čvorom<sup>1</sup> podrazumeva najčešće mesto gde se

spajaju dve ili više cevi, vrši merenje, napaja mreža ili pridružuje potrošnja duž cevi. Kada se dve cevi ukrštaju bez spajanja (ne grade čvor) u najmanje jednoj konturi mreže, ili ako se u najmanje jednoj konturi mreže više cevi ukršta tako da nijedna ne učestvuje u više od jednog ukrštanja takva mreža je trodimenzionalna. Kada u najmanje jednom prstenu mreže postoji bar jedno ukrštanje tri cevi bez spajanja takva mreža je četvorodimenzionalna, itd. Svaka mreža koja ima tri dimenzije ili više može se nazvati prostornom. U praksi se ovakva ukrštanja bez spajanja izbegavaju, tako da je većina mreža dvodimenzionalna, tj. postavljena u jednoj ravni.

<sup>1</sup> Na planovima se obeležava najčešće sa N (eng. Node-čvor). U širem smislu čvor (eng. Node) može biti i svaka tačka merenja bez obzira na grananja ili sl, dok je u užem smislu, čvor mesto grananja (eng. Junction)

## 2. GASNE DISTRIBUTIVNE MREŽE SA PRSTENOVIMA

Za korišćenje gasa u gradovima potrebno je izgraditi veoma razudenu i složenu gasovodnu mrežu. Ova mreža se sastoji obično od gasovoda sa dva nivoa pritiska. Viši pritisak od  $6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  do  $12 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , vlada u napojnom gasovodu koji se napaja preko glavne merno-regulacione stanice (GMRS) iz magistralnog gasovoda pritiska od  $30 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  do  $50 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Na kraju napojnog gasovoda nalazi se merno-regulaciona stanica (MRS) sa distributivnom mrežom u kojoj vlada pritisak ispod  $3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  (odnosno  $4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  aps.), odnosno u nekim slučajevima pritisak ispod  $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Iz napojnog gasovoda se napajaju direktno preko posebne merno-regulacione stanice svi potrošači snage veće od 1MW (veće kotlarnice i veći komunalni potrošači). Domaćinstva i manji potrošači (do 1MW) se napajaju preko distributivne mreže, sa tim da cela distributivna mreža ima posebnu merno-regulacionu stanicu (MRS) kojom se napaja gasna distributivna mreža sa prstenovima (mada može biti i razgranata ili kombinacija razgranate i prstenaste).

Napojna mreža je po pravilu manjeg obima i jednostavnija je za postavljanje i proračun. Nasuprot, distributivna mreža je veoma razudena i složena. Zavisno od dela grada koji se gasifikuje, distributivna mreža se može sastojati od nekoliko stotina deonica različitog prečnika, čija ukupna dužina iznosi više desetina kilometara. Gradi se danas standardno od polietilenskih cevi koje su znatno jeftinije od čeličnih, tako da odabir nešto većih prečnika malo poskupljuje gradnju.

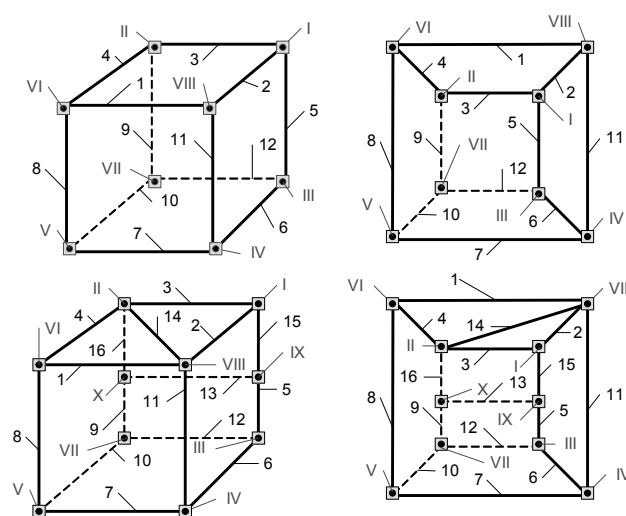
Korišćenjem Hardi-Kros metode može se postići brz proračun prstenaste distributivne gasne mreže u gradovima, bez ograničenja broja deonica. Koncept distributivne gasovodne mreže treba da odredi mesta napajanja mreže, postavi protoke i smerove protoka po deonicama u prstenastoj i razgranatoj strukturi mreže (Hardi-Kros metod se koristi samo za proračun prstenaste, a ne i razgranate gasne mreže). Korišćenjem Hardi-Kros metode izbegava se rešavanje niza sistema jednačina. Klasičnim načinom rada morala bi se postaviti jednačina protoka za svaku cev u svakom prstenu i time bi se formirao sistem jednačina koji se sastoji od onoliko jednačina koliko ima cevi u svakom pojedinačnom prstenu. Pored toga što je ovakav način rada komplikovan, često ga je za složenije mreže nemoguće sprovesti do kraja usled poteškoća koje se javljaju imajući u vidu da postoji veliki broj cevi koje su zajedničke za više prstenova. Ovime bi rešenja sistema jednačina koja su dobijena za susedne prstenove (a za cev koja je zajednička za oba prstena) kojima bi bio određen protok, bilo neupotrebljivo. U opštem slučaju bi se

protoci (odnosno prečnici) dobijeni rešenjem sistema jednačina susednih prstenova za njima zajedničke deonice razlikovali, što je fizički nemoguće. Kada je mreža kombinovana, tj. kada se sastoji od prstenastog i razgranatog dela, proračun prstenastog dela se vrši Hardi-Kros metodom, a potrošnja pojedinačnih nezavisnih grana pridružuje se potrošnji u čvoru u kome je grana (ili grane) spojena sa prstenastim delom. Razgranati deo mreže se u tom slučaju proračunava naknadno neiterativnim postupkom kakav je uobičajen i za proračun dovodnog gasovoda.

Razgranat deo mreže je uvek najviše dvodimenzionalan, odnosno bilo kakvo ukrštanje razgranatih delova mreže koje na terenu može da se javi može se uvek svesti na dvodimenzionalni problem pri proračunu.

## 3. PROSTORNE GASNE DISTRIBUTIVNE MREŽE

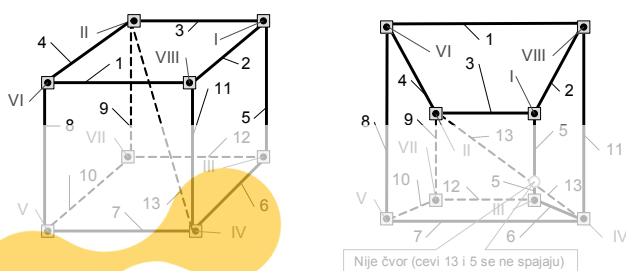
U prethodnom izlaganju je napomenuto da gasna distributivna mreža sa prstenovima postaje višedimenziona u slučaju da postoje bar dve cevi unutar prstenastog dela mreže koje se međusobno ukrštaju bez spajanja. Međutim, vidi se iz prethodnog da se višedimenziona mreža može bez problema predstaviti u jednoj ravni (slika 3 i slika 6). U običnom svakodnevnom opažanju za kocku se može nesumnjivo tvrditi da je telo, odnosno da je prostorna. Ako se zamisli da su strane kocke u stvari cevi jedne mreže a njeni rogljevi čvorovi mreže, može se na prvi pogled tvrditi da je i ovako konstruisana mreža prostorna (slika 1<sup>2</sup>).



Slika 1. Transformacije prividno prostornih mreža

<sup>2</sup> Na slikama 1, 2, 3 cevi su obeležene arapskim, a čvorovi rimskim brojevima, dok konture nisu opisivane

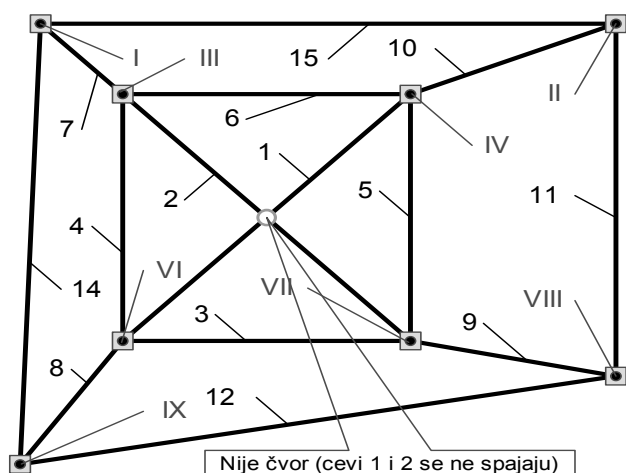
Određenim transformacijama na osnovu pravila o ekvivalentnim cevima i prečnicima mreže oblika kocke mogu se transformisati u nedvosmisleno ravanske mreže (slika 1; desno). U prethodno prikazanim oblicima kocke faktički ne postoje ukrštanja cevi, tako da bi pri proračunu ovakvih mreža Hardy-Kros metodom bilo potrebno koristiti samo dve popravke  $\Delta_1$  i  $\Delta_2$  (iako su kocke geometrijski prostorni oblici). Ipak ne može se svaka mreža u obliku kocke transformisati u ravanski oblik:



Slika 2. Transformacija kocke sa prostornom dijagonalom u ravansku sliku

Dodavanjem prostorne dijagonale kocke, mreža postaje i sa gledišta Hardy-Kros metode prostorna (slika 2).

U praksi se slučajevi kao na slikama 1 i 2 skoro nikada ni ne javljaju. U principu prostorne mreže treba izbegavati kada god je to moguće pošto dodatni čvor umesto ukrštanja doprinosi sigurnijem snabdevanju i olakšava proračun. Inače u najvećem broju slučajeva prostorne gasne distributivne mreže sa prstenovima su složene strukture i kao takve retko se mogu (skoro nikada) transformisati u ravanske.



Slika 3. Tipična prostorna mreža za distribuciju gasa sa prstenovima

#### 4. PRAVILA ZA URAVNOTEŽENJE GASNIH DISTRIBUTIVNIH MREŽA SA PETLJAMA

Pravila za odabir znaka druge popravke i popravki višeg reda (koje se odnose na susedne konture) izneta su eksplicitno u ovom radu u daljem tekstu i primenjena na primeru (tabela 3). Međutim ukoliko se mreža ne proračunava primenom gotovih programskih paketa može se vrlo lako pogrešiti u odabiru znaka. Logička pravila koja su ovde izneta ili slična su implementirana u svaki program za proračun mreža Hardy-Kros metodom koji dozvoljava mogućnost ukrštanja cevi.

Tabela 1: Kombinacije znakova za odabir algebarskog znaka druge ili popravke višeg reda<sup>3</sup>

| Znak uz protok<br><b>Q</b> | Gornji znak<br><b>G</b> | Donji znak<br><b>D</b> | Odabran algebarski znak<br><b>A</b> |
|----------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------------------|
| 0                          | 0                       | 0                      | 1                                   |
| 0                          | 0                       | 1                      | 0                                   |
| 0                          | 1                       | 0                      | 0                                   |
| 0                          | 1                       | 1                      | 1                                   |
| 1                          | 0                       | 0                      | 0                                   |
| 1                          | 0                       | 1                      | 1                                   |
| 1                          | 1                       | 0                      | 1                                   |
| 1                          | 1                       | 1                      | 0                                   |

Primenjujući pravila Bulove algebre vrlo lako se mogu proveriti sve moguće kombinacije algebarskog znaka drugog reda u prstenu i gornjeg i donjeg reda uz drugu popravku ili popravku višeg reda. Svaki znak + (plus) ili - (minus) mogu biti zamenjeni logičkom jedinicom (1) ili nulom (0). Logička jedinica (1) se najlakše može zamisliti kao zatvoren prekidač, odnosno kao električno kolo kroz koje teče struja, dok logička nula (0), predstavlja prekid, odnosno kolo kroz koje ne teče struja. Sve kombinacije tri relevantna elementa za odabir konačnog algebarskog znaka druge popravke (i popravke višeg reda) su date u tabeli 1 i ima ih ukupno  $2^3$ , tj. 8.

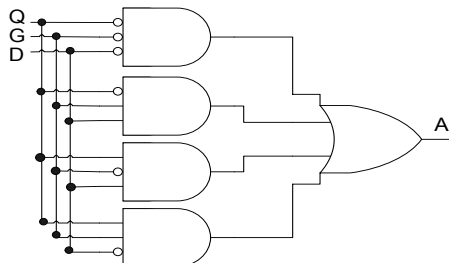
Na osnovu pravila Bulove algebre zakonitost u tabeli 2 može se predstaviti sledećim izrazom (j-na 1):

$$A = \bar{Q} \cdot \bar{G} \cdot \bar{D} + \bar{Q} \cdot G \cdot D + Q \cdot \bar{G} \cdot D + Q \cdot G \cdot \bar{D} \quad (1)$$

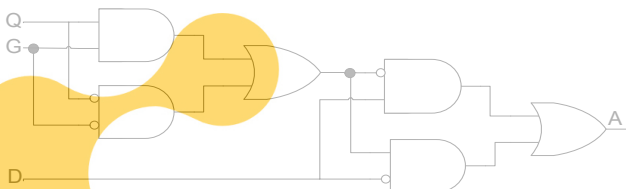
U prethodnom izrazu nadvučeno slovo predstavlja komplement (suprotnu vrednost) logičke promenljive, dok tačka (·) predstavlja operaciju logičkog množenja, a plus (+) operaciju logičkog sabiranja. Na osnovu ovog izraza (j-na 1) mogu biti

<sup>3</sup> Logička nula (0) predstavlja znak - (minus), dok logička jedinica (1) predstavlja znak + (plus)

konstruisana logička kola (slika 4 i slika 5): Na slikama 4 i 5 su prikazane dve varijante logičkih kola za odabir algebarskog znaka druge ili popravke višeg reda koja daju isti rezultat (sa tim da u varijanti 2 – slika 5 sva kola imaju po dva logička ulaza).



Slika 4. Logičko kolo za odabir algebarskog znaka druge ili popravke višeg reda – varijanta 1



Slika 5. Logičko kolo za odabir algebarskog znaka druge ili popravke višeg reda – varijanta 2

Logičko kolo sa slike 5, može se predstaviti izrazom (j-na 2):

$$A = C \cdot \bar{D} + \bar{C} \cdot D \quad (2)$$

gde je C pomoćna logička promenljiva (j-na 3):

$$C = Q \cdot G + \bar{Q} \cdot \bar{G} \quad (3)$$

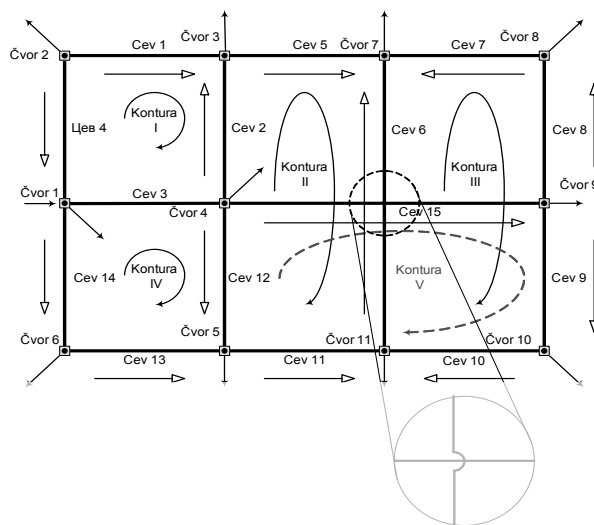
Logička kola prikazana na slikama 4 i 5 nisu jedina logička rešenja za odabir algebarskog znaka druge popravke ili popravke višeg reda, već se logički izrazi (j-ne 1, 2, 3) mogu transformisati dalje pravilima Bulove algebre.

## 5. VIŠEDIMENZIONALNE PRSTENASTE MREŽE (PRIMER)

Cevi koje se nalaze sa spoljne strane mreže pripadaju jednoj konturi (u dvodimenzionalnoj mreži), dok su cevi unutar mreže zajedničke za dve konture (u dvodimenzionalnoj mreži). Ukoliko cevi prelaze jedna preko druge mreža postaje trodimenzionalna odnosno prostorna. Ove cevi koje prelaze jedna preko druge na mestu ukrštanja ne prave čvor (cev 6 i cev 15 na slici 6).

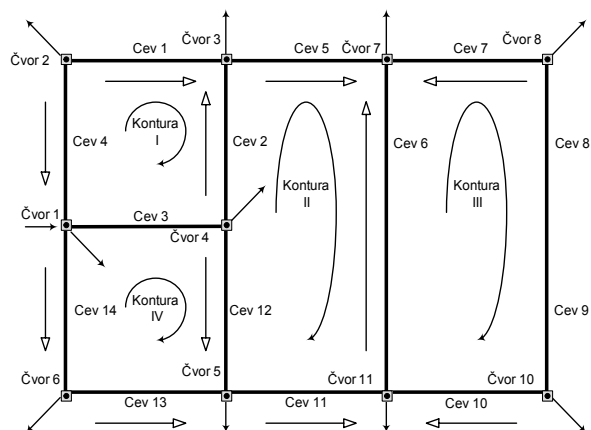
U datom primeru cevi od 1 do 14 čine dvodimenzionalnu mrežu i grade 4 konture (od I do IV). Dodavanjem cevi 15 koja nije povezana sa cevi 6 na mestu

ukrštanja mreža postaje trodimenzionalna. Konturu V grade cevi 9, 10, 11, 12 i 15. Cevi 9 i 10 su zajedničke za konture 5 i 3, cev 11 je zajednička za konture 5 i 2, a cev 12 je zajednička za konture 2, 4 i 5.



Slika 6. Prostorna gasna distributivna mreža sa prstenovima – primer

Kod opisivanja kontura trodimenzionalne (prostorne) mreže potrebno je prvo ovu mrežu svesti na dvodimenzionalnu fiktivnim uklanjanjem po jedne cevi sa svakog mesta gde se ukrštaju dve cevi bez spajanja (kod prostorne mreže na slici 6 uklanja se fiktivno cev 15<sup>4</sup> i dobija se fiktivna dvodimenzionalna mreža kao na slici 7). Sada se opisuju konture za fiktivnu dvodimenzionalnu mrežu (u primeru cev 15 na slici 6). Zatim se dodanjen mreže uklonjenih cevi opisuje za svaku takvu cev još jedna nasumična kontura koja obuhvata tu konkretnu cev (kontura V na slici 6 – isprekidana linija). Ovime se broj kontura koje bi bile opisane za dvodimenzionalnu mrežu, povećava za još onoliko kontura koliko ima dodatnih cevi koje se ukrštaju bez spajanja.



Slika 7. Fiktivna dvodimenzionalna mreža – primer (uz sliku 7)

<sup>4</sup> Može se fiktivno ukloniti cev 6 a ostaviti cev 15



Fiktivnim uklanjanjem cevi 15, dobijaju se protoci koji fizički nisu mogući u cevima 8 i 9. Međutim, treba imati u vidu da stvarna mreža ima fizički cev 15. Za razliku od dvodimenzionalne mreže gde svaki zatvoreni sistem cevi čini konturu, u trodimenzionalnoj mreži se dodatna konture za ukrštene cevi koje su fiktivno sklonjene u proračunu mogu birati na više različitih načina. U primeru, za fiktivno uklonjenu cev 15 se opisuje još jedna kontura koja može biti izabrana na više načina. U primeru konturu 5 čine cevi 9, 10, 11, 12 i 15. Ova kontura je mogla da se izabere i preko cevi 8, 7, 5, 2 i 15.

Naravno uz svaku konturu mora se po posebnim pravilima uračunati popravni<sup>5</sup> protok iz susedne konture sa kojima postoje zajedničke cevi.

Svaka formula za određivanje pada pritiska pri protoku gasa za srednje i visoke pritiske može se izraziti u obliku  $\Delta p^2 = R \cdot Q^n$ , i u obliku  $\Delta p = R \cdot Q^n$  za niske pritiske (ispod 1bar):

- npr. Renoarova jednačina za proračun distributivnih mreža srednjeg pritiska:

$$p_1^2 - p_2^2 = 46742 \cdot \frac{\rho_r \cdot L \cdot Q^{1,82}}{D^{4,82}} \quad (4)$$

može se napisati u obliku  $\Delta p^2 = R \cdot Q^n$ , gde je:  $n=1,82$ , a

$$R = 46742 \cdot \frac{\rho_r \cdot L}{D^{4,82}} \quad (5)$$

- npr. Pole-ova jednačina za proračun distributivnih mreža niskog pritiska:

$$\Delta p = 1970 \cdot 10^6 \cdot \frac{\rho_r \cdot L \cdot Q^2}{D_u^5} \quad (6)$$

može se napisati u obliku  $\Delta p = R \cdot Q^n$ , gde je  $n=2$ , a

$$R = 1970 \cdot 10^6 \cdot \frac{\rho_r \cdot L}{D_u^5} \quad (7)$$

Celokupna količina gasa koji ulazi u mrežu ostvarena je preko čvora 1 koji se nalazi sa leve strane mreže prikazane na slici 6. Tačke snabdevanja

potrošača se nalaze u čvorovima, a grafički su prikazani ravnim strelicama sa ispunjenim vrhom (slika 6 i slika 7) i odgovaraju potrošnji i ulazima koji se tokom proračuna ne menjaju (suma svih potrošnji po čvorovima moraju biti jednaki ulaznom količinom gasa). Pretpostavljeni smerovi protoka u prvoj iteraciji predstavljeni su strelicom sa neispunjenim vrhom (slika 6 i slika 7). Problem inicijalnih pretpostavki protoka može biti rešavan tako što se sa pretpostavkom protoka počinje sa strane ulaza sa daljom raspodelom protoka ka periferiji mreže ili ako ima više ulaza ka delovima najudaljenijim od svih ulaza.

Dve iteracije urađene za mrežu sa slike 6 prikazane su u tabeli 3. Rezultat posle druge iteracije daje delimično uravnoteženu mrežu (potrebno je još uraditi izvestan unapred nepoznat broj iteracija).

Za primer sa slike 6 predviđena potrošnja gasa po čvorovima je data u tabeli 2, dok se mreža snabdeva gasom preko čvora 1 (7000m<sup>3</sup>/h).

Tabela 2: Potrošnja gasa po čvorovima (slika. 6)

| Čvor | Potrošnja m <sup>3</sup> /h | Čvor | Potrošnja m <sup>3</sup> /h |
|------|-----------------------------|------|-----------------------------|
| 1    | 60                          | 6    | 2500                        |
|      | 7000                        | 7    | 300                         |
| 2    | 2100                        | 8    | 170                         |
| 3    | 170                         | 9    | 850                         |
| 4    | 90                          | 10   | 280                         |
| 5    | 200                         | 11   | 280                         |

Gornji znak + (plus) ili – (minus) u korekciji  $\Delta_2$  i  $\Delta_3$  u primeru sa slike 6 (tabela 3) ili korekcija drugog i višeg reda u prostornim mrežama uopšte, ukazuje nam na način obilaženja susedne konture u odnosu na pretpostavljeni smer protoka. Ukoliko se smer pretpostavljenog protoka poklopi sa smerom obilaženja susedne konture usvaja se gornji znak + (plus), u suprotnom – (minus) u drugoj i trećoj popravci (tabela 4). Donji znak se prepisuje iz prve popravke susedne konture sa kojom postoji zajednička cev. Korekcija  $\Delta_1$  se odnosi na pripadajuću konturu, dok se korekcije  $\Delta_2$  i  $\Delta_3$  usvajaju iz kontura kojima pripadaju zajedničke cevi. Onoliko koliko mreža ima dimenzija, toliko ima i korekcija, odnosno popravki (da se u jednoj konturi tri cevi ukrštaju bez spajanja mreža bi bila četvorodimenzionalna, i postojala bi popravka  $\Delta_4$ ).

<sup>5</sup> Popravni protok, odnosno popravka ili korekcija (u tabeli 4 obeležen sa  $\Delta$ )

**Tabela 3: Proračun prostorne gasne distributivne mreže sa prstenovima po Hardy-Kros metodi (primer sa slike 6 i slike 7)**

| Kontura                                     | Cev | D<br>mm | L<br>km | Iteracija 1              |   |  |  |          |   | Iteracija 2**   |                                |         |         |                          |  |
|---|-----|---------|---------|--------------------------|---|--|--|----------|---|---|--------------------------------|---------|---------|--------------------------|--|
|   |     |         |         | Q<br>(m <sup>3</sup> /h) | R·Q <sup>1.82</sup><br>(10 <sup>5</sup> Pa) | R·Q <sup>0.82</sup>  | Popravke Δ (m <sup>3</sup> /h)                                 |          |   | Q<br>(m <sup>3</sup> /h)  | Popravke Δ (m <sup>3</sup> /h) |         |         | Q<br>(m <sup>3</sup> /h) |  |
|   |     |         |         |                          |   |  | 1  | 2        | 3   |   | 1                              | 2       | 3       |                          |  |
| 1   | 1   | 152,4   | 0,1     | +200                     | 0.001378                                    | 0.000007   | -77,42   | ...      | ...   | +277,42   | -93,74                         | ...     | ...     | +371,16                  |  |
|   | 2   | 152,4   | 0,2     | -250                     | -0.004137                                   | 0.000017   |  | ±113,58  | ...   | -59,00  |                                | ±29,17  | ...     | +5,57*                   |  |
|   | 3   | 304,8   | 0,1     | -2040                    | -0.003342                                   | 0.000002   |  | ±1257,03 | ...   | -3219,61  |                                | ±275,96 | ...     | -3401,83                 |  |
|   | 4   | 406,4   | 0,2     | +2300                    | 0.002078                                    | 0.000001   |  | ...      | ...   | +2377,42  |                                | ...     | ...     | +2471,16                 |  |
| Relativna gustina gasa ρ <sub>r</sub> =0,64 |     |         |         | Σ                        | -0.004023                                   | 0.000026   | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-0.004023}{2 \cdot 0.000026} = -77,42$ |          |   | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-0.003259}{2 \cdot 0.0000174} = -93,74$ |                                |         |         |                          |  |
| 2   | 5   | 152,4   | 0,2     | +280                     | 0.169777                                    | 0.000606   | +113,58  | ...      | ...   | +166,42   | -29,17                         | ...     | ...     | +195,59                  |  |
|   | 6   | 152,4   | 0,1     | -50                      | -0.003691                                   | 0.000074   |  | ±3,25    | ...   | -166,83   |                                | ±7,11   | ...     | -130,55                  |  |
|   | 11  | 152,4   | 0,4     | -200                     | -0.005512                                   | 0.000028   |  | ±491,11  | ...   | -804,69   |                                | =13,19  | ...     | -762,33                  |  |
|   | 12  | 152,4   | 0,1     | -300                     | -0.000102                                   | 0.000000   |  | ±1257,03 | ±491,11   | -2161,72  |                                | ±275,96 | =13,19  | -2395,32                 |  |
|   | 2   | 152,4   | 0,2     | +250                     | 0.004137                                    | 0.000017   |  | =77,42   | ...   | +59,00  |                                | =93,74  | ...     | -5,57*                   |  |
|   | Σ   |         |         | 0.164608                 | 0.000725                                    | Δ <sub>1</sub> = $\frac{0.164608}{2 \cdot 0.000725} = 113,58$    |  |          | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-0.0400831}{2 \cdot 0.0009871} = -29,17$  |   |                                |         |         |                          |  |
| 3   | 7   | 152,4   | 0,4     | +30                      | 0.005827                                    | 0.000194   | -3,25  | ...      | ...   | +33,25  | +7,11                          | ...     | ...     | +26,14                   |  |
|   | 8   | 152,4   | 0,1     | -140                     | -0.024042                                   | 0.000172   |  | ...      | ...   | -136,75   |                                | ...     | ...     | -143,86                  |  |
|   | 9   | 152,4   | 0,2     | +410                     | 0.010178                                    | 0.000025   |  | ±491,11  | ...   | -77,86*   |                                | =13,19  | ...     | -71,78                   |  |
|   | 10  | 152,4   | 0,2     | +130                     | 0.001258                                    | 0.000010   |  | ±491,11  | ...   | -357,86*  |                                | =13,19  | ...     | -351,78                  |  |
|   | 6   | 152,4   | 0,1     | +50                      | 0.003691                                    | 0.000074   |  | ±113,58  | ...   | +166,83   |                                | =29,17  | ...     | +130,55                  |  |
|   | Σ   |         |         | -0.003087                | 0.000474                                    | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-0.003087}{2 \cdot 0.000474} = -3,25$    |  |          | Δ <sub>1</sub> = $\frac{0.0086286}{2 \cdot 0.0006066} = 7,11$     |   |                                |         |         |                          |  |
| 4   | 3   | 304,8   | 0,1     | +2040                    | 0.003342                                    | 0.000002   | -1257,03   | =77,42   | ...   | +3219,61  | -275,96                        | =93,74  | ...     | +3401,83                 |  |
|   | 12  | 152,4   | 0,2     | -300                     | 0.000204                                    | 0.000001   |  | ±113,58  | ±491,11   | +2161,72  |                                | =29,17  | =13,19  | +2395,32                 |  |
|   | 13  | 152,4   | 0,1     | -100                     | -0.013032                                   | 0.000130   |  | ...      | ...   | +1157,03*   |                                | ...     | ...     | +1432,99                 |  |
|   | 14  | 406,4   | 0,2     | -2600                    | -9.801708                                   | 0.003770   |  | ...      | ...   | -1324,97  |                                | ...     | ...     | -1049,01                 |  |
|   | Σ   |         |         | -9.811195                | 0.003903                                    | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-9.811195}{2 \cdot 0.003903} = -1257,03$ |  |          | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-1.7359512}{2 \cdot 0.0031452} = -275,96$ |   |                                |         |         |                          |  |
|   | 15  | 152,4   | 0,2     | +1400                    | 0.095141                                    | 0.000068   |  | ...      | ...   | +908,89   |                                | ...     | ...     | +922,08                  |  |
| 5   | 9   | 152,4   | 0,1     | +410                     | 0.005089                                    | 0.000012   | +491,11  | ±3,25    | ...   | -77,86*   | -13,19                         | ±7,11   | ...     | -71,78                   |  |
|   | 10  | 152,4   | 0,1     | +130                     | 0.000629                                    | 0.000005   |  | ±3,25    | ...   | -357,86*  |                                | ±7,11   | ...     | -351,78                  |  |
|   | 11  | 152,4   | 0,2     | -200                     | -0.002756                                   | 0.000014   |  | ±113,58  | ...   | -804,69   |                                | =29,17  | ...     | -762,33                  |  |
|   | 12  | 304,8   | 0,2     | -300                     | -0.000204                                   | 0.000001   |  | ±113,58  | ±1257,03  | -2161,72  |                                | =29,17  | ±275,96 | -2395,32                 |  |
|   | Σ   |         |         | 0.097899                 | 0.000100                                    | Δ <sub>1</sub> = $\frac{0.097899}{2 \cdot 0.000100} = 491,11$    |  |          | Δ <sub>1</sub> = $\frac{-0.0030319}{2 \cdot 0.0001086} = -13,19$  |   |                                |         |         |                          |  |
|   | 16  | 152,4   | 0,2     | +1500                    | 0.000000                                    | 0.000000   |  | ...      | ...   | ...   |                                | ...     | ...     | ...                      |  |

Algebarsko sabiranje treba izvršiti na osnovu sledećih pravila:

iteracija 2  
Kontura 3, cev 10:

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark

1. Algebarski znak za popravku 1 treba uzeti sa različitim predznakom od svog znaka, tj. potrebno je sabrati kada je znak – (minus), i obrnuto;
2. Algebarska operacija za korekciju Δ<sub>2</sub> i Δ<sub>3</sub> treba biti suprotna od njegovog donjeg znaka kada je gornji znak isti kao onaj uz protok sračunat u prethodnoj iteraciji<sup>6</sup>, u suprotnom je isti kao donji znak.

Proračun u skladu sa ovim pravilima za dati primer iz tabele 3 za mrežu sa slike 6 (protok u m<sup>3</sup>/h):

#### iteracija 1

Kontura 1, cev 1: +200+77,42=+277,42

Kontura 1, cev 2:

-250+77,42+113,58=-59,00

Kontura 2, cev 12:

-300-113,58-1257,03-491,11=-2161,72

Kontura 4, cev 12:

+300+1257,03+113,58+491,11=+2161,72

Proračun se prekida u onoj iteraciji u kojoj po svim konturama algebarski zbir padova pritiska padne ispod unapred zadate vrednosti (tj. dostigne zadatu tačnost), koja može biti npr. 1·10<sup>5</sup>Pa, odnosno kada popravni protok padne ispod unapred zadate vrednosti po svim konturama (tj. dostigne zadatu tačnost); npr. ispod 1,5m<sup>3</sup>/h.

Da bi se utvrdio pritisak u čvorovima mreže potrebno je počev od čvora sa poznatim pritiskom (ulazni čvor) algebarski dodavati padove pritiska bilo kojim putem do svakog čvora. Kada je se pri prolazu po cevi smer protoka istovetan smeru prolaza pad pritiska se uzima kao negativan u suprotnom je pozitivan. Ukoliko je mreža dobro uravnotežena, bilo kojim da se krene od ulaza ka čvoru mora se dobiti ista vrednost pritiska u čvoru.

Nakon što je usvojen smer obilaska kontura (u ovom slučaju u pravcu kazaljke na satu), i dodeljeni prvi probni protoci po cevima može se započeti iterativni postupak. Popravni protok Δ u primeru sa slike 6 za svaku konturu računa se na osnovu jednačine Renoara (j-na 4) prema sledećem izrazu (j-

<sup>6</sup> odnosno u prvoj iteraciji znak uz pretpostavljen inicijalni protok

na 11) i algebarski se dodaje pripadajućem prstenu nakon svake iteracije na osnovu prethodno iznetih pravila:

$$\Delta = \frac{\sum R \cdot Q^n}{2 \cdot \sum R \cdot Q^{n-1}} \quad (8)$$

pri upotrebi Renoarove jednačine (j-na 4) za nestišljiv fluid tada je:  $n=1,82$ , a  $R$  se dobija kao u jednačini 5.

## 6. KORIŠĆENE OZNAKE I JEDINICE

$p$ -pritisak [bar]

$L$ -dužina cevi [km]

$\rho_r$ -relativna gustina gasa [-]

$Q$ -protok gasa [ $m^3/h$ ]

$D$ -prečnik cevi [mm]

$\Delta$ -popravni protok gasa [ $m^3/h$ ]

$n$ -eksponent protoka  $Q$  iz osnovne j-ne (za j-nu 4;  $n=1,82$ )

$d_i$ -unutrašnji prečnik cevi [mm]

$D_a$ -standardni unutrašnji prečnik cevi [mm]

$R$ -otpor strujanju gasa [ $\cdot Q$ ]

$Q, G, D, A, C$ -logičke promenljive [0; 1]

## 7. O HARDI KROSU (HARDY CROSS)

Hardy Cross (1885-1959) je bio profesor građevinskih konstrukcija na građevinskom odseku Univerziteta u Ilinoisu (Professor of Structural Engineering in the Department of Civil Engineering at the University of Illinois) od 1921 do 1937. Diplomom građevinskog inženjera je stekao na Tehnološkom institutu u Masačusetsu (Massachusetts Institute of Technology), magistrirao je na Harvardu (Harvard University) 1911. godine. Sledećih sedam godina je radio na Braun Univerzitetu (Brown University). Kratko vreme je radio u privredi u Nju Jorku (New York) i Bostonu (Boston). Od 1921. godine radio na Univerzitetu u Ilinoisu (University of Illinois), a od 1937. godine je bio šef građevinskog odseka na Univerzitetu Jel (Yale University) sve do penzionisanja 1953. godine.

Njegovim naučnim radom je značajno unapređeno polje strukturne analize u građevinarstvu.



Slika 8. Prof. Hardy Cross (1885-1959)

Njegov rad iz oblasti hidraulike iz 1936. godine (UIUC Engineering College Experiment Station Bulletin No. 286) pod originalnim nazivom "Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors"<sup>7</sup> je postavio osnove proračuna prstenastih distributivnih mreža fluida. Ovaj metod je praktično i danas nezamenljiv u proračunu ovog tipa cevovodnih mreža u gasnoj privredi i u vodovodnim preduzećima.

## 8. ZAKLJUČAK

Svaka gasna distributivna mreža gasa sa prstenovima u kojoj postoji bar jedno ukrštanje cevi bez spajanja može se smatrati prostornom mrežom. Pri uravnoteženju ovakvih mreža Hardy Kros metodom potrebno je pored uobičajene dve popravke za ravanske mreže (odnosno jedne za spoljne cevi ravanske mreže) uneti još dodatnih popravki u zavisnosti od dimenzije mreže. Ovakve prostorne mreže u praksi treba izbegavati, jer pored toga što otežavaju prora-

<sup>7</sup> Analiza protoka u Mrežama cevovoda ili provodnika

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark



čun doprinose i smanjenoj sigurnosti snabdevanja. Naime ukoliko je moguće svako ukrštanje treba zameniti čvorom, odnosno spojiti dve (ili više) cevi bez ukrštanja. Kod proračuna prostornih mreža dodatno otežava proračun nešto komplikovaniji odabir algebarskog znaka za popravku drugog ili višeg

reda. Pri pravljenju računarskog programa za proračun mreža Hardi Kros metodom potrebno je predvideti poseban logički modul za izbor algebarskog znaka popravki reda višeg od drugog, dok je samo unošenje parametara prostornih mreža otežano (ili u nekim komercijalnim programima nije ni moguće).

## 9. LITERATURA

[1]. Hardy Cross: Analysis of Flow in Networks of Conduits or Conductors; University of Illinois, Engineering Experimental Station, Bulletin No. 286, Urbana, 1936.

[2]. \*\*\*: Gas Engineers Handbook: priručnik, Industrial press inc., chapter 6, str. 9/72-9/76, New York 1974.

[3]. Dejan Brkić: Dijagnostikovanje problema nastalih pri proračunu prstenaste gasne distributivne mreže niskog pritiska; Tehnička dijagnostika, br. 2; str. 11-16, Beograd 2005.

[4]. Dejan Brkić, Nenad Đajić: Povećanje tačnosti pri proračunu gasne distributivne mreže Hardi-Kros metodom; XXXII Symopis 2005., str. 187-190, Vrnjačka Banja 2005.

[5]. Dejan Brkić: Određivanje graničnih parametara upotrebe prirodnog gasa u Beogradu; Magistarski rad; Rudarsko-geološki fakultet, Beograd 2005.

[6]. Božidar Prstojević, Nenad Đajić, Vojislav Vuletić: Distribucija prirodnog gasa; monografija, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd 2005.

[7]. Dejan Brkić: Kriterijumi za prekid iterativnog postupka pri proračunu gasne distributivne mreže sa prstenovima; Tehnička dijagnostika, br 3-4, str 71-75, Beograd 2005.

[8]. Dejan Brkić: Projektovanje posebne klase gasnih distributivnih mreža; Istraživanja i projektovanja za privredu; br 9, str: 49-56; Beograd 2005.

[9]. Dejan Brkić: Prirodni gas kao gorivo za grejanje; monografija, Zadužbina Andrejević, biblioteka Academia, Beograd 2006.

[10]. Nenad Đajić, Toma Tanasković, Nenad Đukanović: Principi projektovanja distributivnih gasnih mreža u gradovima; Gasifikacija jugoistočne Srbije, str. 19-28, Niš 1991.

[11]. V. Manojlović, M. Arsenović, V. Pajović: Optimized Design of a Gas-Distribution Pipeline Network; Applied Energy, br. 48, str. 217-224, Elsevier Science Limited 1994.

Register for free at <https://www.scipedia.com> to download the version without the watermark